
116.71
38.2%: 119.29
51.25%: 108.98
61.6 %: 99.19
104.19
86.72
72.48

Financial Engineering

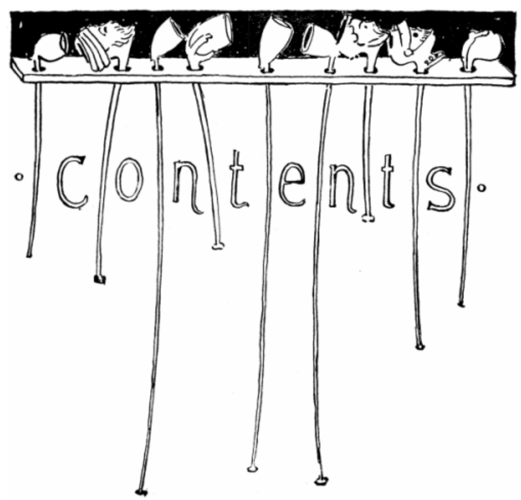
ณัฐวุฒิ คูวัฒนเธียรชัย

Lecture 1

ทฤษฎีดอกเบี้ย
(Theory of Interest)

หัวข้อการบรรยาย

- ภาพรวมของรายวิชา
- ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง
- ดอกเบี้ยคงที่
- ตัวคูณคิดลดและตัวคูณทบต้น
- แรงของดอกเบี้ย
- ดอกเบี้ยรับย้อนหลัง
- ดอกเบี้ยรับล่วงหน้า
- ดอกเบี้ยในนาม



เอกสารประกอบการสอน

- Arcones Study Manual for SOA Exam FM/CAS Exam 2, by Miguel A. Arcones.

วิศวกรรมการเงิน

- คำอธิบายรายวิชา
    - ทฤษฎีอัตราดอกเบี้ย เงินรายปี การประเมินมูลค่าเงินกู้ ส่วนลดกระแสเงินสดและอัตราผลตอบแทนจากการลงทุน การจับคู่ระยะเวลาเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของตราสาร ความผันผวน และความสัมพันธ์ที่เป็นเส้นโค้งระหว่างราคาและอัตราผลตอบแทนของตราสาร การสร้างภูมิคุ้มกันให้สินทรัพย์และหนี้สิน การประกันภัยและการจัดการความเสี่ยง คณิตศาสตร์การประกันชีวิต และตราสารอนุพันธ์และการป้องกันความเสี่ยง

วิศวกรรมการเงิน

- จุดประสงค์ของวิชา
  - เพื่อประยุกต์ใช้ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ทางการเงินเบื้องต้นอันจำเป็นสำหรับวิศวกรรมการเงิน
  - เพื่อให้เข้าใจและสามารถคำนวณดอกเบี้ยประเภทต่างๆ
  - เพื่อให้เข้าใจและสามารถคำนวณมูลค่าปัจจุบันและมูลค่าอนาคตของเงินรายปีประเภทต่างๆ
  - เพื่อให้เข้าใจและสามารถคำนวณมูลค่าของเงินกู้และตราสารหนี้
  - เพื่อให้เข้าใจและสามารถคำนวณอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนประเภทต่างๆ

วิศวกรรมการเงิน

- จุดประสงค์ของวิชา
  - เพื่อให้เข้าใจหลักการจับคู่ระยะเวลาเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของตราสาร
  - เพื่อให้เข้าใจหลักการสร้างภูมิคุ้มกันให้สินทรัพย์และหนี้สิน
  - เพื่อให้เข้าใจหลักคณิตศาสตร์ประกันชีวิต
  - เพื่อให้เข้าใจหลักการป้องกันความเสี่ยงด้วยการใช้ตราสารอนุพันธ์

วิศวกรรมการเงิน

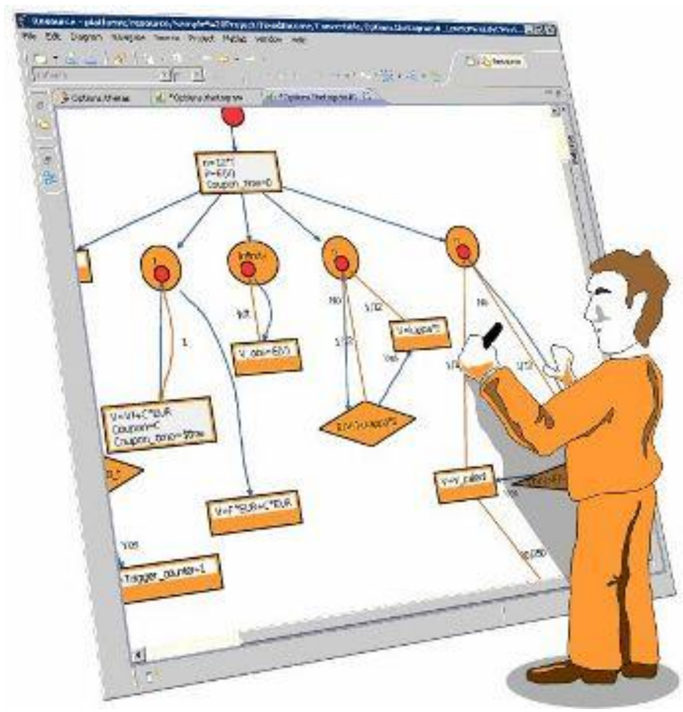
- เค้าโครงรายวิชา
  - ทฤษฎีดอกเบี้ย (theory of interest)
  - เงินงวด (annuities)
  - การประเมินมูลค่าเงินกู้ขนาดเล็ก (valuation of small loans)
  - การประเมินมูลค่าหนี้ธุรกิจ (valuation of corporate loans)

วิศวกรรมการเงิน

- เค้าโครงรายวิชา
  - การคิดลดกระแสเงินสดและการคำนวณอัตราผลตอบแทนภายใน (discounted cash flows and the internal rate of return)
  - หลักการจับคู่ระยะเวลาเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของตราสาร (duration matching) ความผันผวน (volatility) และภาวะคอนเวกซ์ (convexity)
  - คณิตศาสตร์ประกันชีวิต (life insurance mathematics)
  - การปกป้องความเสี่ยงด้วยตราสารอนุพันธ์ (derivative securities and hedging)

วิศวกรรมการเงิน

- ความหมาย
  - การประยุกต์ใช้วิธีการและเครื่องมือจากสาขาวิชาต่างๆ โดยเฉพาะ วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ สถิติ เศรษฐศาสตร์ และคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาด้านการเงิน รวมทั้งเพื่อออกแบบผลิตภัณฑ์ทางการเงินรูปแบบใหม่



ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง

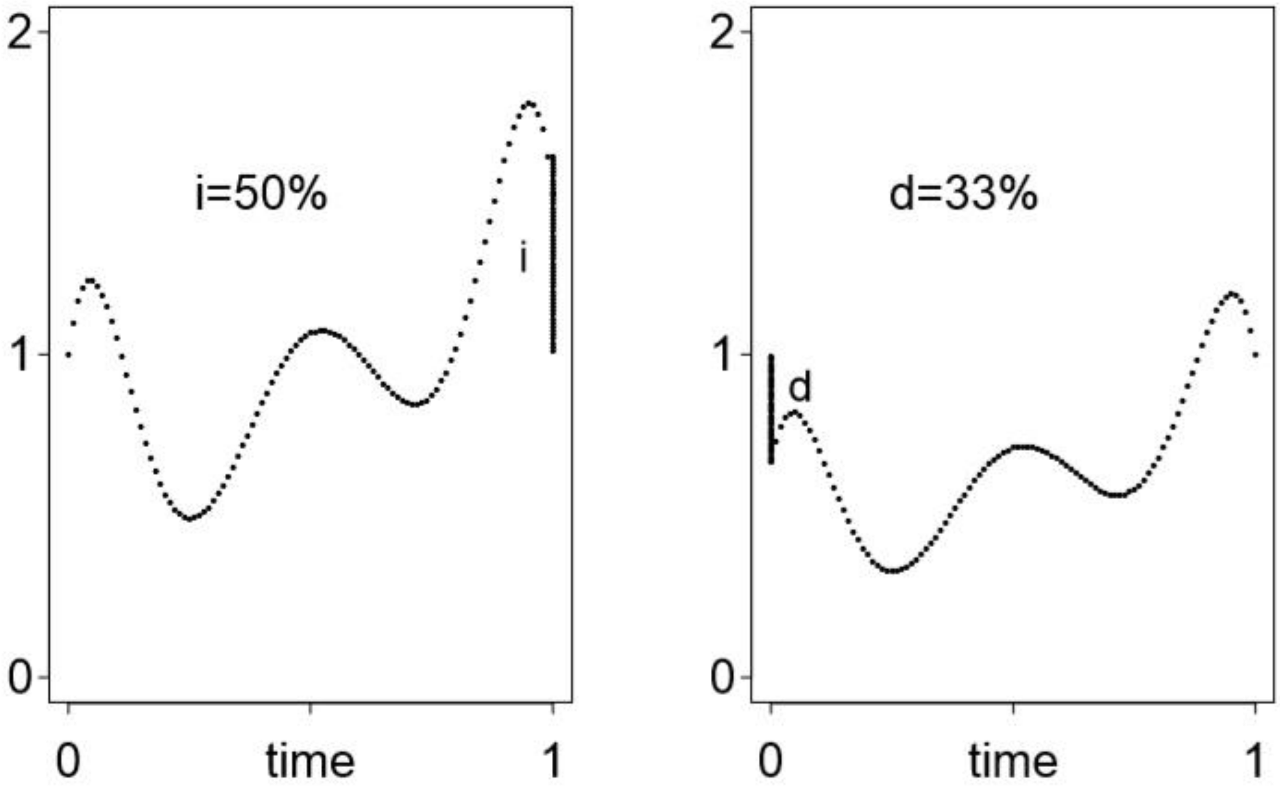
- เมื่อเงินต้น P ที่เวลา t_1 เติบโตไปเป็นจำนวนเงิน S ที่เวลา t_2
  - P → S หรือ 1 → S/P หรือ 1 → 1+i
  - 1 → S/P = (P+S-P)/P = 1 + (S-P)/P = 1+i
    - i = (S-P)/P
    - i บ่งชี้ถึงดอกเบี้ยเฉลี่ยจ่ายย้อนหลัง (หรือ payable in arrears) ในช่วงเวลาระหว่าง t_1 และ t_2
    - ดอกเบี้ยที่ประกาศโดยสถาบันการเงินทั่วไปเป็นดอกเบี้ยจ่ายย้อนหลัง

ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง

- ดอกเบี้ยจ่ายล่วงหน้า (payable in advance)
  - จาก P → S
    - P/S → 1 หรือ 1-d → 1
    - P/S = (S-S+P)/S = 1 - (S-P)/S = 1-d → 1 หรือ
    - d = (S-P)/S
    - d บ่งชี้ถึงดอกเบี้ยเฉลี่ยจ่ายล่วงหน้า (หรือ payable in advance) ในช่วงเวลาระหว่าง t_1 และ t_2
    - d มีชื่อดั้งเดิมว่าอัตราคิดลด (discount rate)
      - ถ้าอัตราดอกเบี้ยเท่ากับ i และเราต้องการซื้อสิ่งของบางอย่าง ณ เวลา t_1 ที่จะถูกส่งมอบ ณ เวลา t_2 เราควรซื้อสิ่งของชิ้นนั้นในราคา 1-d ต่อมูลค่าสิ่งของ 1 บาทเท่านั้น

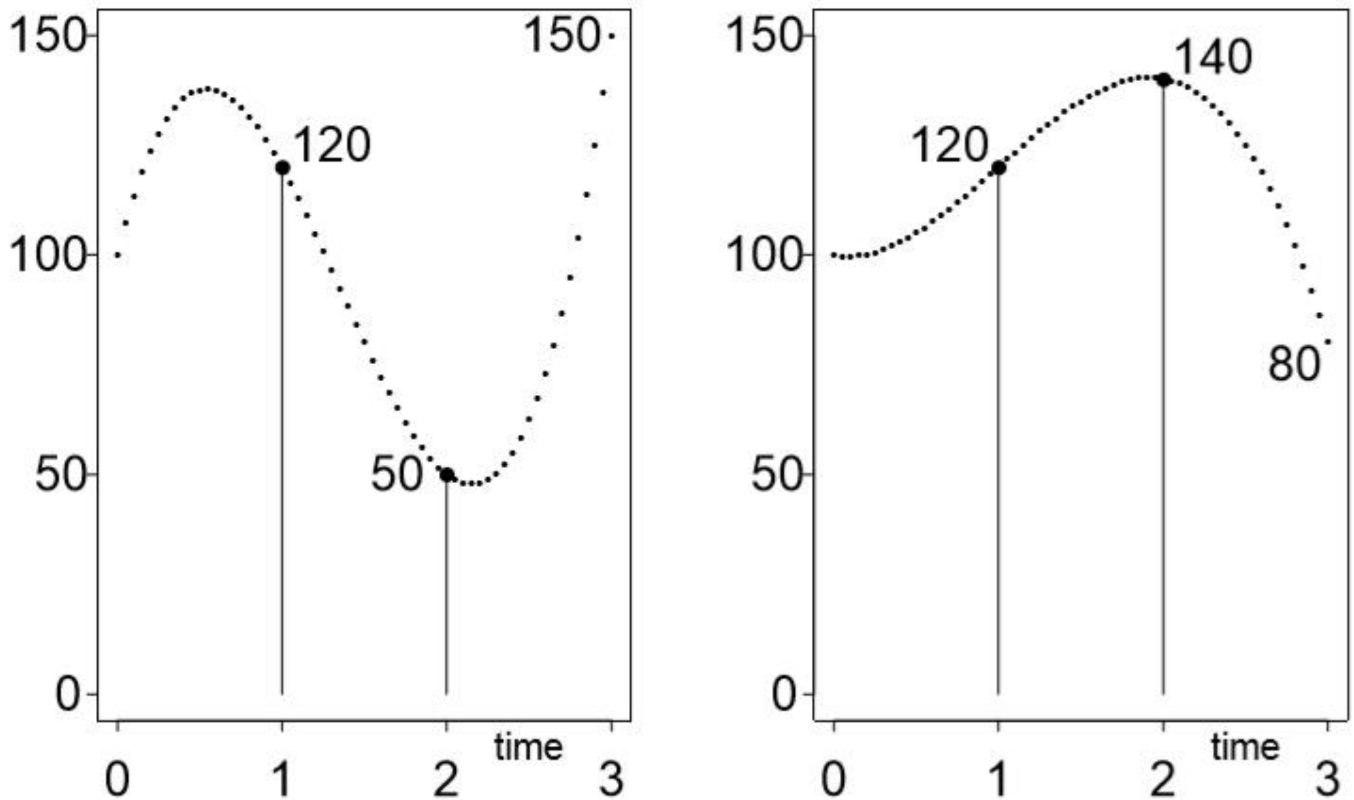
ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง

- ตัวอย่าง 1: i vs d



ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง

- ตัวอย่าง 2: มูลค่าของกองทุนในช่วงเวลา 3 ปี



ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง

- ตัวอย่าง 2: มูลค่าของกองทุนในช่วงเวลา 3 ปี
  - กองทุนทางซ้าย
    - $i_{(0,1)} = (S-P)/P = (120-100)/100 = 0.2$ หรือ 20%
    - $i_{(0,2)} = (S-P)/P = (50-100)/100 = -0.5$ หรือ -50%
    - $i_{(0,3)} = (S-P)/P = (150-100)/100 = 0.5$ หรือ 50%
    - $d_{(0,1)} = (S-P)/S = (120-100)/120 = 0.167$ หรือ 16.7%
      - หมายความว่าเงิน 83 สตางค์จะเติบโตกลายเป็น 1 บาทในช่วงเวลา 12 เดือน (1-0.167 = 0.833 → 1) เมื่ออัตราดอกเบี้ยเท่ากับ 20%
      - เมื่ออัตราดอกเบี้ยเท่ากับ 20% และเราต้องการซื้อของบางอย่างในวันนี้ แต่ของสิ่งนั้นจะถูกส่งมอบให้เราในอีก 1 ปีข้างหน้า เราควรจ่ายเงินแค่ 83 สตางค์ต่อมูลค่าสิ่งของ 1 บาท ส่วนลด หรือ discount ในการจ่ายเงินล่วงหน้าในกรณีนี้เท่ากับ 17% ต่อปี

ดอกเบี้ยเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง

- ตัวอย่าง 2: มูลค่าของกองทุนในช่วงเวลา 3 ปี
  - กองทุนทางซ้าย

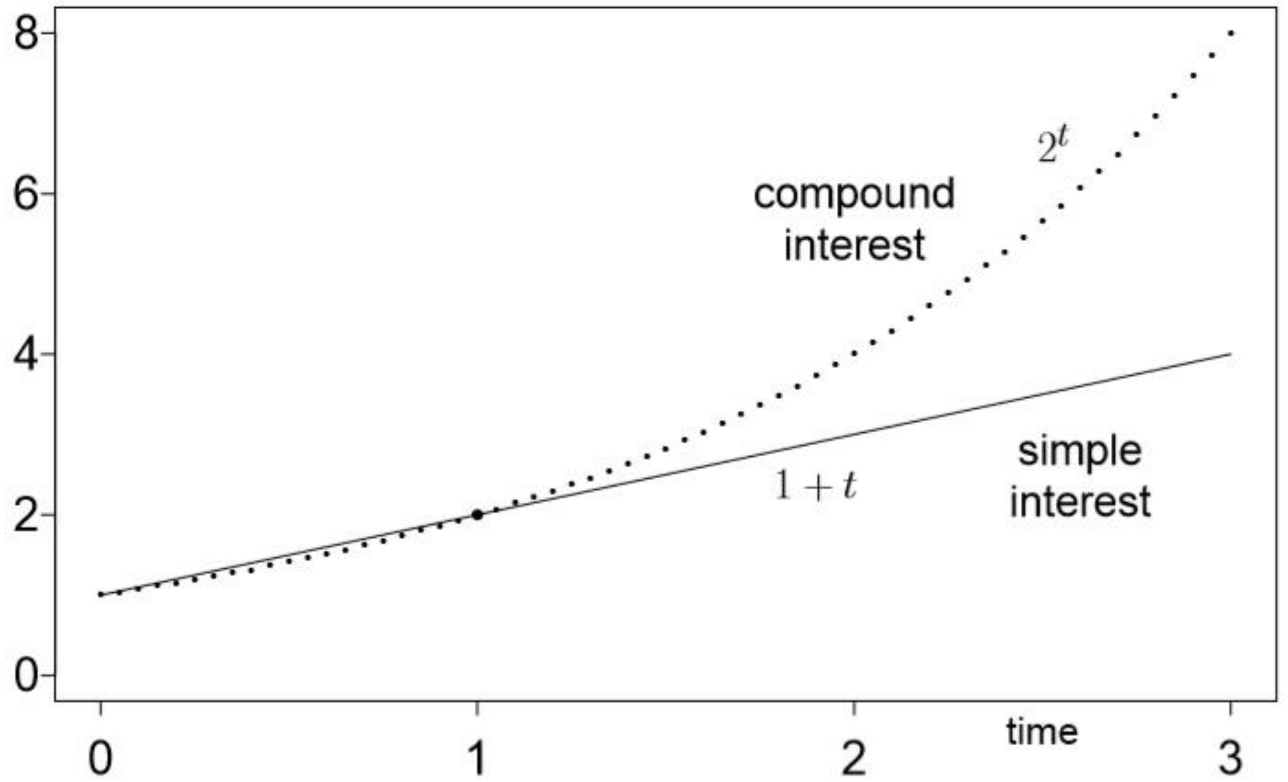
Time Interval	Average interest rate i	d	
$(0,1)$	$\frac{1}{5} = 20\%$	$\frac{1}{6} = 16.7\%$	per annum
$(1,2)$	$-\frac{7}{12} = -58\%$	$-\frac{7}{5} = -140\%$	"
$(2,3)$	$2 = 200\%$	$\frac{2}{3} = 67\%$	"
$(0,2)$	$-\frac{1}{2} = -50\%$	$-1 = -100\%$	per two years
$(1,3)$	$\frac{1}{4} = 25\%$	$\frac{1}{5} = 20\%$	"
$(0,3)$	$\frac{1}{2} = 50\%$	$\frac{1}{3} = 33\%$	per three years

การทบต้น vs การคิดลด

- การทบต้น (accumulating)
  - การคิดจำนวนเงินล่วงหน้าไปในอนาคต เช่น P โตไปเป็น S ในอนาคต ถ้าเรารู้ P มูลค่าของ S ควรจะเป็น
    - $S = P \times (1+i)$
- การคิดลด (discounting)
  - การคิดจำนวนเงินย้อนกลับไปจุดเริ่มต้น เช่น เราเริ่มต้นด้วย S และคิดว่าเราต้องมีเงินก่อนหน้านี้เท่าไหร่เพื่อที่จะมี S ตอนนี้ ถ้าเรารู้ S มูลค่าของ P ควรจะเป็น
    - $P = S \times (1-d)$
    - หรือที่เราคุ้นเคย $P = S/(1+i)$ ดังนั้น d ไม่ใช่อัตราคิดลดที่เราคุ้นเคยกันมา

ดอกเบี้ยคงที่

- การโตของเงินฝากในธนาคารโดยทั่วไป



ดอกเบี้ยคงที่

- การโตของเงินฝากในธนาคารโดยทั่วไป
  - ช่วงระยะเวลา 1 ปี
    - ในช่วงปีแรก (0,1)
      - i = (S-P)/P = (2-1)/1 = 100%
      - d = (S-P)/S = (2-1)/2 = 50%
    - ในช่วงปีที่สอง (1,2)
      - i = (S-P)/P = (4-2)/2 = 100%
      - d = (S-P)/S = (4-2)/4 = 50%

ดอกเบี้ยคงที่

- การโตของเงินฝากในธนาคารโดยทั่วไป
  - ช่วงระยะเวลา 2 ปี
    - สองปีแรก (0,2)
      - i = (S-P)/P = (4-1)/1 = 300%
      - d = (S-P)/S = (4-1)/4 = 75%
    - ในช่วงปีที่ 1-3 (1,3)
      - i = (S-P)/P = (8-2)/2 = 300%
      - d = (S-P)/S = (8-2)/8 = 75%

ดอกเบี้ยคงที่

- สมมติให้จำนวนเงิน ณ เวลา t = f(t)
  - $\frac{f(3)}{f(2)} = \frac{f(2)}{f(1)} = \frac{f(1)}{f(0)} = 2$
    - หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของเงินในกองทุนในทุกๆ ปี จะมีอัตราคงที่ โดยจะเพิ่มขึ้น 2 เท่าในทุกๆ ปี และ 4 เท่าในทุกๆ 2 ปี
      - $\frac{f(2)}{f(0)} = \frac{f(2)}{f(1)} \times \frac{f(1)}{f(0)} = 2^2 = 4$ และ $\frac{f(3)}{f(1)} = \frac{f(3)}{f(2)} \times \frac{f(2)}{f(1)} = 2^2 = 4$
  - ถ้าช่วงระยะเวลาเท่ากับ 6 เดือน
    - $\frac{f(1)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{f\left(\frac{1}{2}\right)}{f(0)} = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} = 1.414$

ดอกเบี้ยคงที่

- สูตรทั่วไป
  - $\frac{f(t_0+2\Delta)}{f(t_0+\Delta)} = \frac{f(t_0+\Delta)}{f(t_0)}$
    - ต้องกำหนดค่าเริ่มต้น 2 ค่า เพื่อแก้สมการด้านบน เช่น กำหนดให้ f(0) = 1 และ f(1) = 2 คำตอบของสมการด้านบนจะเป็น $f(t) = 2^t$
    - พิจารณาช่วงเวลาตั้งแต่ t ถึง t+1
      - $i = (S-P)/P = (2^{t+1} – 2^t)/2^t = 1$
      - $d = (S-P)/S = (2^{t+1} – 2^t)/2^{t+1} = 1/2$

smoothly growing fund

- นิยาม
  - กองทุนที่มีการเปลี่ยนแปลงของจำนวนเงินในระหว่างช่วงระยะเวลาเท่ากันในอัตราที่คงที่
  - กองทุนที่มีอัตราดอกเบี้ยในช่วงระเวลาเท่ากันมีค่าเท่ากัน
  - กองทุนที่โตแบบทวีคูณ (exponential)
    - $f(t) = 2^t = e^{0.693t} = \exp(0.693t)$
      - 0.693 หรือ 6.93% คือ แรงของดอกเบี้ย (force of interest) ซึ่งจะถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ δ
      - $(1+i)^t = 2^t = e^{0.693t} = e^{\delta t}$
      - แรงของดอกเบี้ย คือ จำนวนดอกเบี้ยที่จะได้รับใน 12 เดือน ถ้าดอกเบี้ยถูกจ่ายต่อเนื่องตลอดเวลา

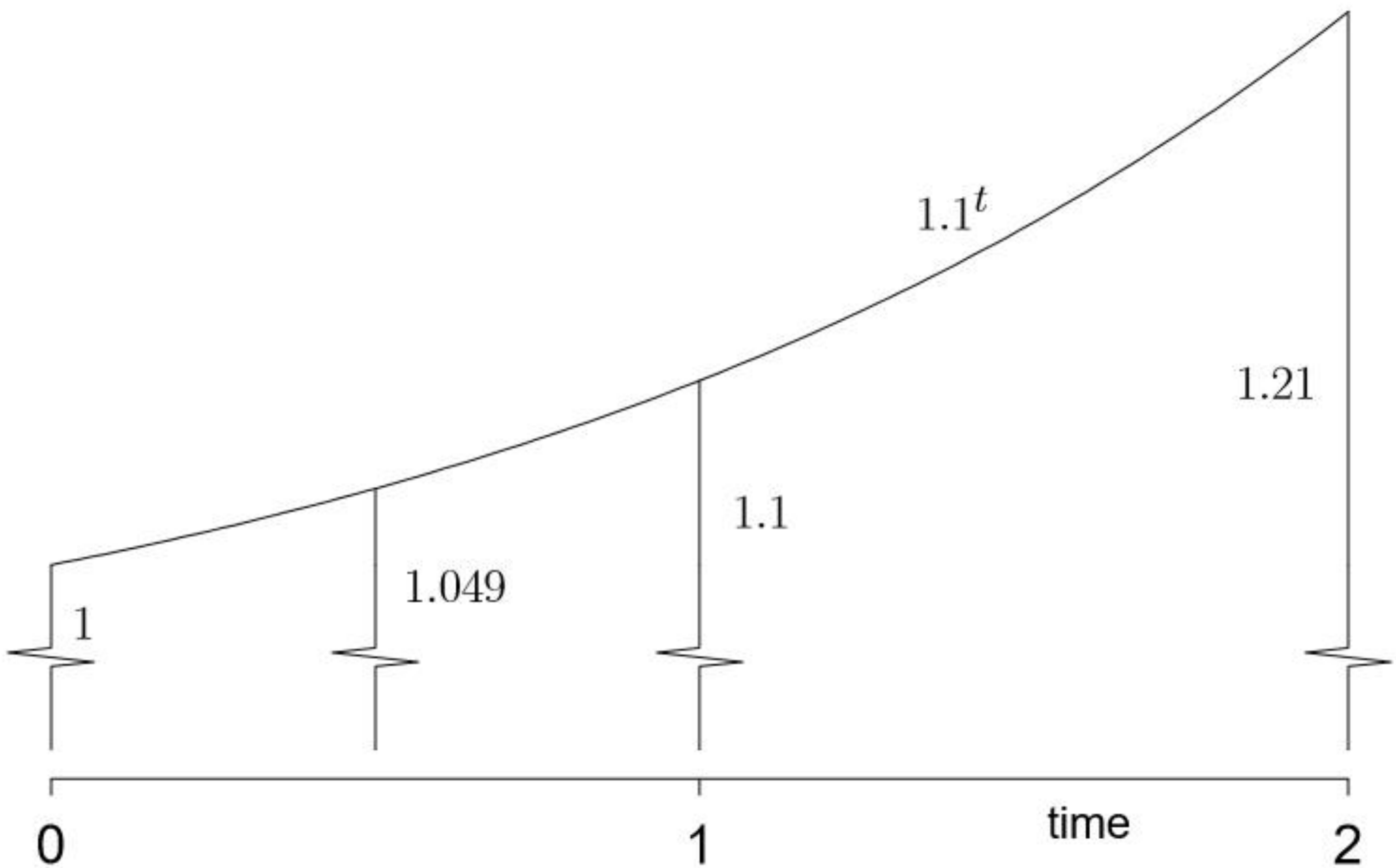
smoothly growing fund

- ถ้ากำหนดให้ดอกเบี้ยเท่ากับ i และค่าเริ่มต้น f(0) = 1 และ f(1) = 1+i = e^{δ}
  - $f(t) = (1+i)^t = e^{\delta t}$
  - $\frac{S-P}{P} = \frac{f(t+1)-f(t)}{f(t)} = \frac{(1+i)^{t+1}-(1+i)^t}{(1+i)^t} = \frac{(1+i)^t-1}{1} = i$ ต่อปี
  - $\frac{S-P}{S} = \frac{f(t+1)-f(t)}{f(t+1)} = \frac{(1+i)^{t+1}-(1+i)^t}{(1+i)^{t+1}} = \frac{(1+i)-1}{1+i} = \frac{i}{1+i} =$ d ต่อปี

smoothly growing fund

- ตัวอย่าง 3: ธนาคารแห่งหนึ่งจ่ายดอกเบี้ยแท้จริง 10% ต่อปี
  - จำนวนเงินในกองทุน ณ เวลา 0 1 และ 2 เป็นดังนี้
    - $1 \rightarrow 1.1 \rightarrow 1.21 = 1.1^2$ หรือ $1.1/1 = 1.21/1.1$
  - จะสังเกตได้ว่าดอกเบี้ยแบบทบต้น (compound interest) จะจ่ายดอกเบี้ยในส่วนของดอกเบี้ยที่เคยรับมาในก่อนหน้านี้ด้วย ส่วนดอกเบี้ยแบบง่าย (simple interest) จะไม่จ่ายดอกเบี้ยในส่วนดังกล่าว
  - จำนวนเงินในกองทุนเมื่อเวลาผ่านไปจะเท่ากับ
    - $f(t) = 1.1^t$ โดยค่าเริ่มต้นคือ $f(0) = 1$ และ $f(1) = 1.1$

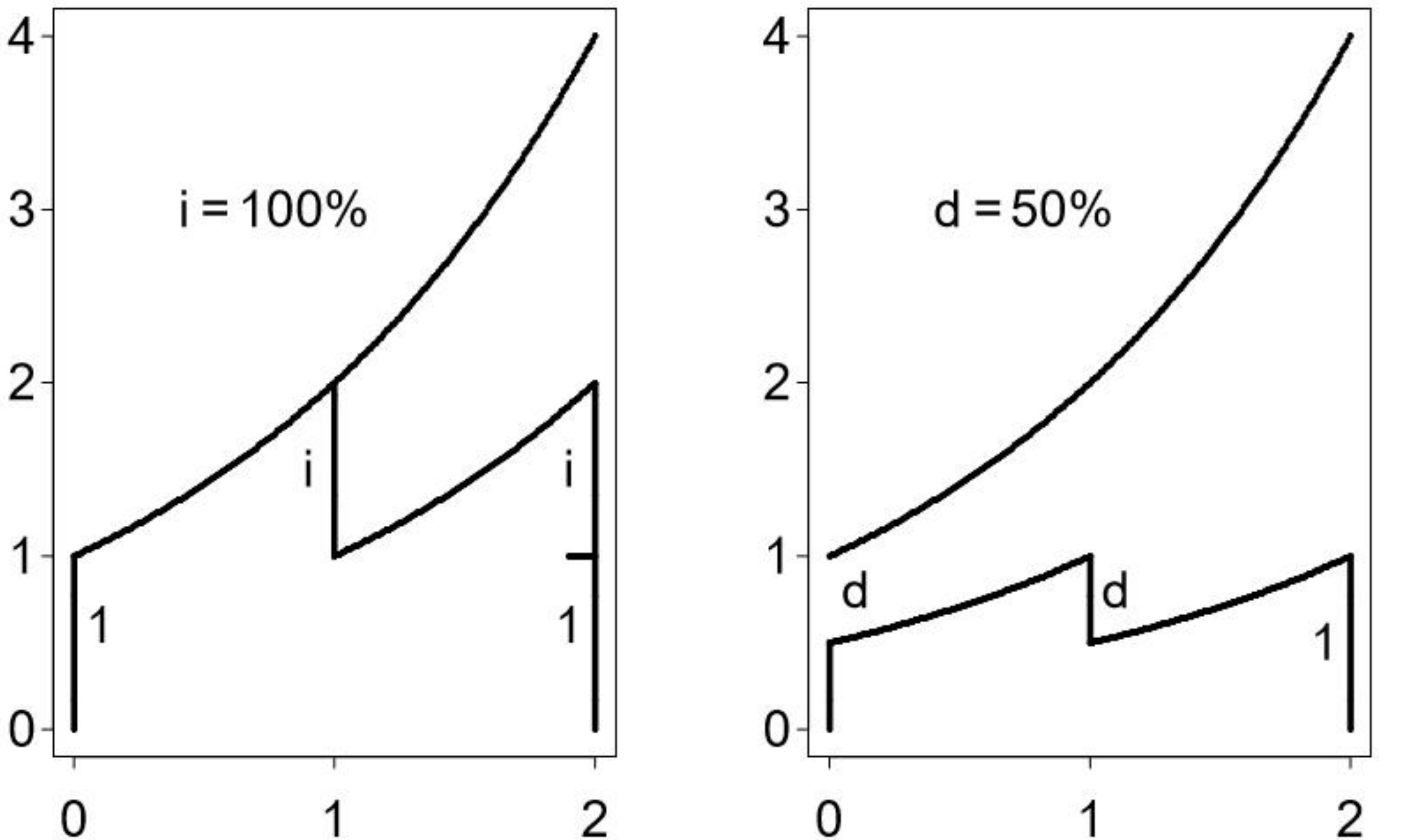
smoothly growing fund



รับดอกเบี้ยล่วงหน้าหรือย้อนหลัง

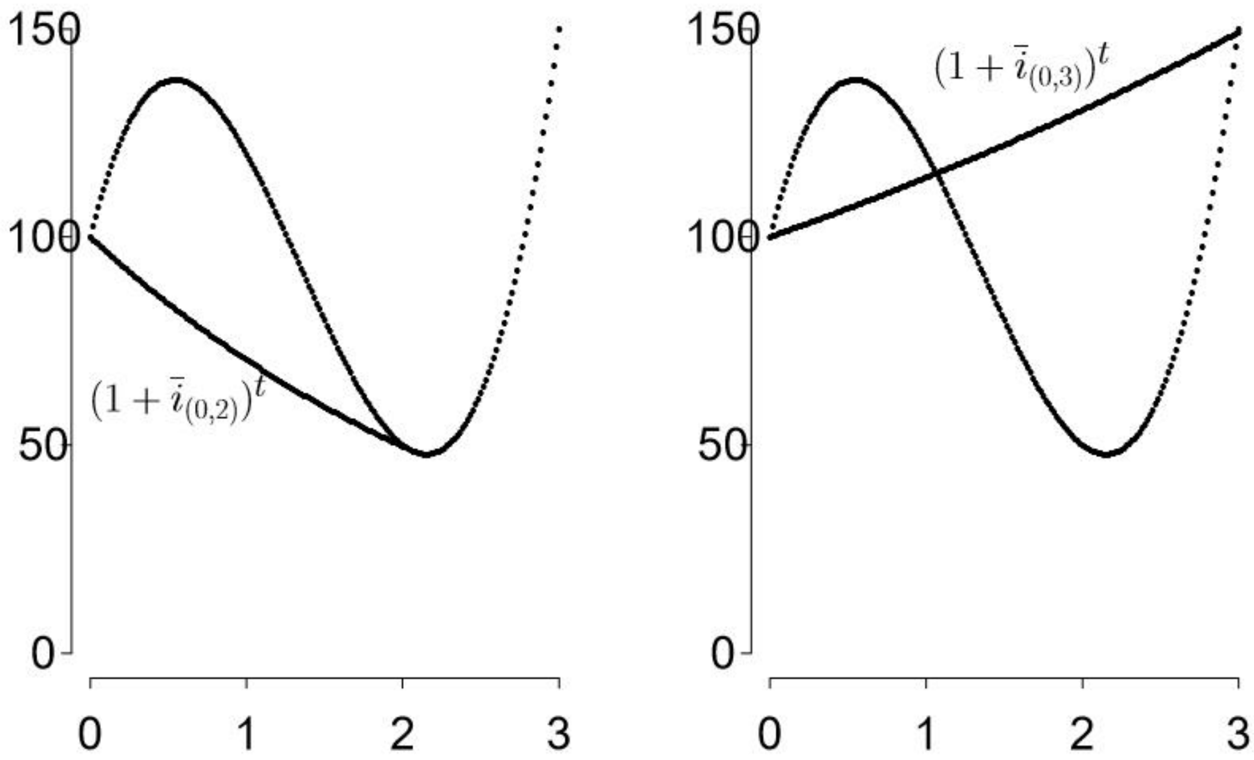
- พิจารณาเงินในบัญชีในช่วงระยะเวลา 2 ปี ถ้าธนาคารจ่ายดอกเบี้ย i = 100% (d = 50%) และเจ้าของบัญชีมีทางเลือกดังนี้
  - ปล่อยให้เงินเริ่มต้น $1 ในบัญชี ณ t = 1 โตไปเป็น $4 ณ t = 2 โดยไม่ถอนดอกเบี้ยออกมาในช่วง (0,2)
  - ถอนดอกเบี้ยออกมา $1 ตอนปลายปีที่ 1 และปลายปีที่ 2
    - เงินในบัญชีเหลือแค่ $1 ในปลายปีที่ 2 (รายรับทั้งหมด $3)
  - ถอนดอกเบี้ยออกมา $0.50 ตอนต้นปีที่ 1 และต้นปีที่ 2
    - เงินในบัญชีเหลือแค่ $1 ในปลายปีที่ 2 (รายรับทั้งหมด $2)

รับดอกเบี้ยล่วงหน้าหรือย้อนหลัง



ดอกเบี้ยเฉลี่ย

- ตัวอย่าง 4: พิจารณาแผนภาพต่อไปนี้



ดอกเบี้ยเฉลี่ย

- ในช่วงระยะเวลา 3 ปี (แผนภาพขวา)
  - $1 + i = \frac{f(3)}{f(0)} = \frac{150}{100} = 1.5 = 1.145^3 = (1 + \bar{\imath})^3$
    - $\bar{\imath}_{(0,3)}$= 14.5% ต่อปี
- ในช่วงระยะเวลา 2 ปี (แผนภาพซ้าย)
  - $\frac{f(2)}{f(0)} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0.717^2 = (1 - 0.293)^2 = (1 + \bar{\imath})^2$
    - $\bar{\imath}_{(0,2)} = -29.3\%$ ต่อปี
  - $\frac{f(3)}{f(1)} = \frac{150}{120} = \frac{5}{4} \rightarrow \bar{\imath}_{(0,2)} = 11.8\%$ ต่อปี ดังนั้นกองทุนนี้ไม่ใช่ smoothly growing fund

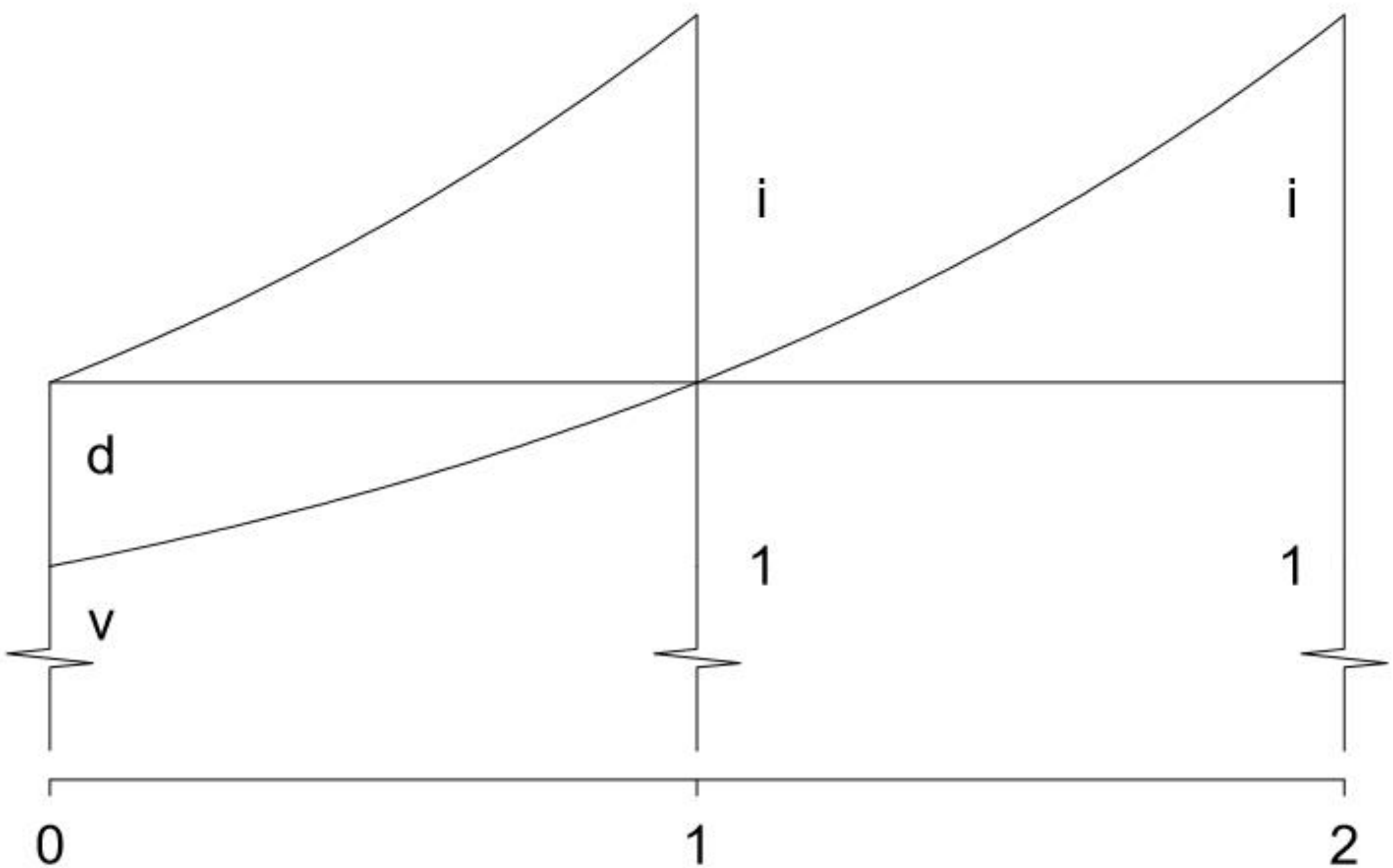
ดอกเบี้ยเฉลี่ย

- ในช่วงระยะเวลา 3 ปี (แผนภาพขวา)
  - $1+i=\dfrac{f(3)}{f(0)}=\dfrac{150}{100}=1.5=1.145^3=(1+\bar{\imath})^3$
    - $\bar{\imath}_{(0,3)}$= 14.5% ต่อปี
- ในช่วงระยะเวลา 2 ปี (แผนภาพซ้าย)
  - $\dfrac{f(2)}{f(0)}=\dfrac{50}{100}=\dfrac{1}{2}=0.717^2=(1-0.293)^2=(1+\bar{\imath})^2$
    - $\bar{\imath}_{(0,2)}=-29.3\%$ ต่อปี
  - $\dfrac{f(3)}{f(1)}=\dfrac{150}{120}=\dfrac{5}{4}\rightarrow\bar{\imath}_{(0,2)}=11.8\%$ ต่อปี ดังนั้นกองทุนนี้ไม่ใช่ smoothly growing fund

ตัวคูณคิดลดและตัวคูณทบต้น

- สำหรับ 1 ช่วงระยะเวลา
  - ตัวคูณทบต้น = $(1+i)$
  - ตัวคูณคิดลด = $1/(1+i) = (1+i)^{-1} = v$
  - ใน 12 เดือน v จะโตเป็น 1 ส่วน d จะโตเป็น i
    - $1 - d = 1/(1+i) \Rightarrow d = 1 – 1/(1+i) = i/(1+i)$

ตัวคูณคิดลดและตัวคูณทบต้น



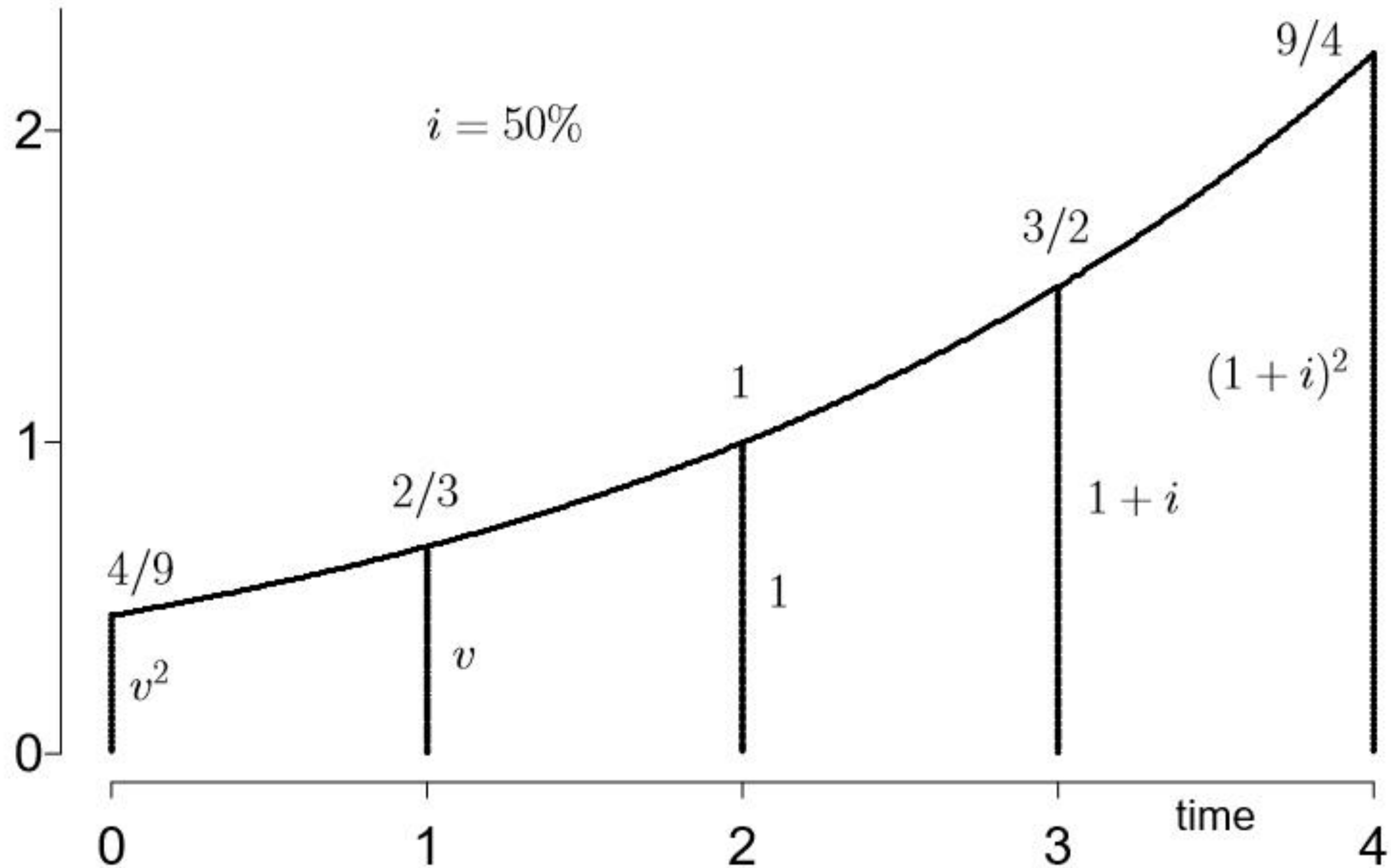
ตัวคูณคิดลดและตัวคูณทบต้น

(a)	$v \quad \rightarrow \quad 1$	$v = \dfrac{1}{1+i}$
(b)	$d \quad \rightarrow \quad i$	$d = \dfrac{i}{1+i}$
$(a)+(b)$	$1 \quad \rightarrow \quad 1+i$	$1 = \dfrac{1+i}{1+i}$

ตัวคูณคิดลดและตัวคูณทบต้น

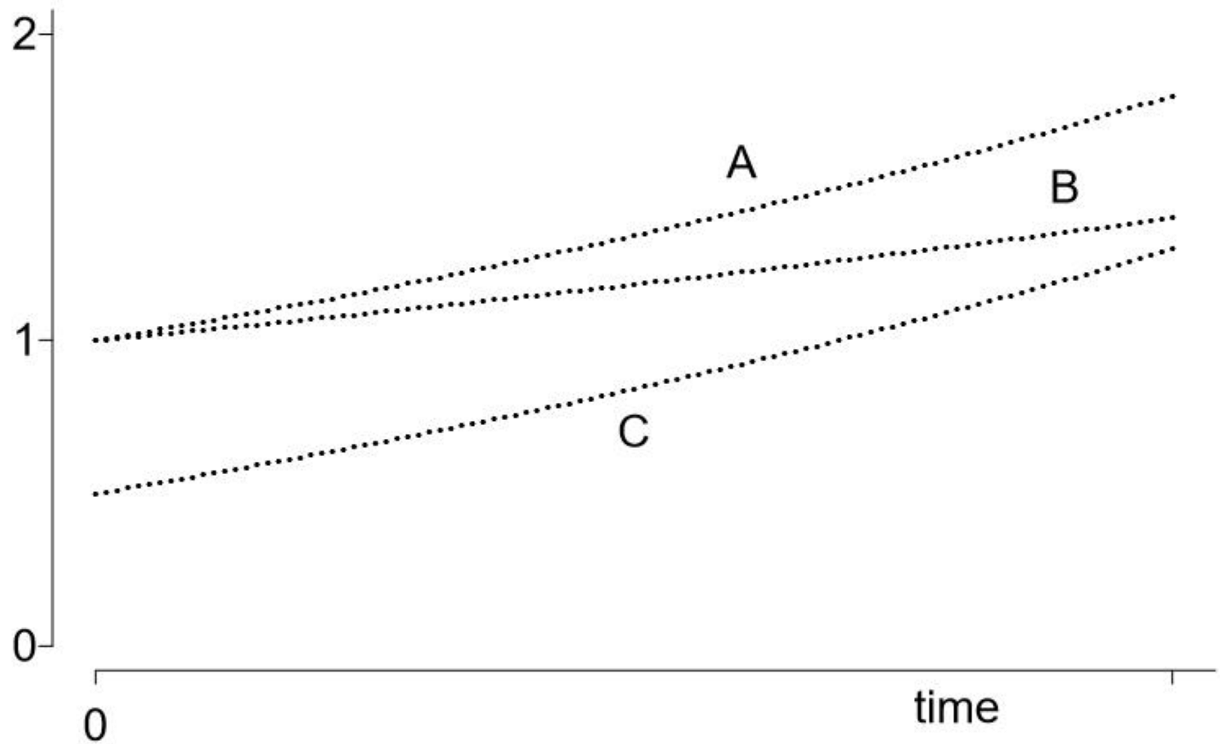
- สำหรับหลายช่วงระยะเวลา
  - การทบต้นของกองทุนในแต่ละปี
    - $v^2 \rightarrow v \rightarrow 1 \rightarrow (1+i) \rightarrow (1+i)^2$
    - การทบต้นในระยะเวลา 6 เดือน = $(1+i)^{1/2}$
  - การคิดลดของกองทุนในแต่ละปี
    - สำหรับ 6 เดือน = $v^{1/2} = (1+i)^{-1/2}$
    - สำหรับ 2 ปี = $v^2 = (1+i)^{-2}$
  - สูตรทั่วไป
    - การทบต้นสำหรับช่วงระยะเวลา t $(t_0, t_0 + t) = (1+i)^t$
    - การคิดลดสำหรับช่วงระยะเวลา t $(t_0, t_0 + t) = v^t$

ตัวคูณคิดลดและตัวคูณทบต้น



แรงของดอกเบี้ย

- พิจารณามูลค่าของกองทุน 3 กองต่อไปนี้



แรงของดอกเบี้ย

- พิจารณามูลค่าของกองทุน 3 กองต่อไปนี้
  - กองทุน A ดีกว่ากองทุน B เนื่องจากการโตของกองทุน A มีความชันสูงกว่า ณ เวลา 0
  - การโตของกองทุน A และกองทุน C มีความชันเท่ากัน แต่กองทุน C ดีกว่ากองทุน A เนื่องจากกองทุน A ให้การเติบโตเป็นจำนวนที่เท่ากับกรณีของกองทุน C แต่เริ่มต้นด้วยเงินจำนวนที่น้อยกว่า

แรงของดอกเบี้ย

- แรงของดอกเบี้ยของกองทุน f(t)
  - $\delta_t = \frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{\frac{df(t)}{dt}}{f(t)} = \frac{\frac{df(t)}{f(t)}}{dt}$
    - แรงของดอกเบี้ยจะเพิ่มขึ้นถ้า f'(t) หรือความชันของกองทุนเพิ่มขึ้น
    - การโตของกองจากฐานที่น้อยกว่า หรือ f(t) ลดลง
    - $\frac{\frac{df(t)}{f(t)}}{dt}$ หมายถึงแรงของดอกเบี้ยแปรผันตามอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เป็นสัดส่วนของ f ต่อหนึ่งหน่วยการเปลี่ยนแปลงของ t

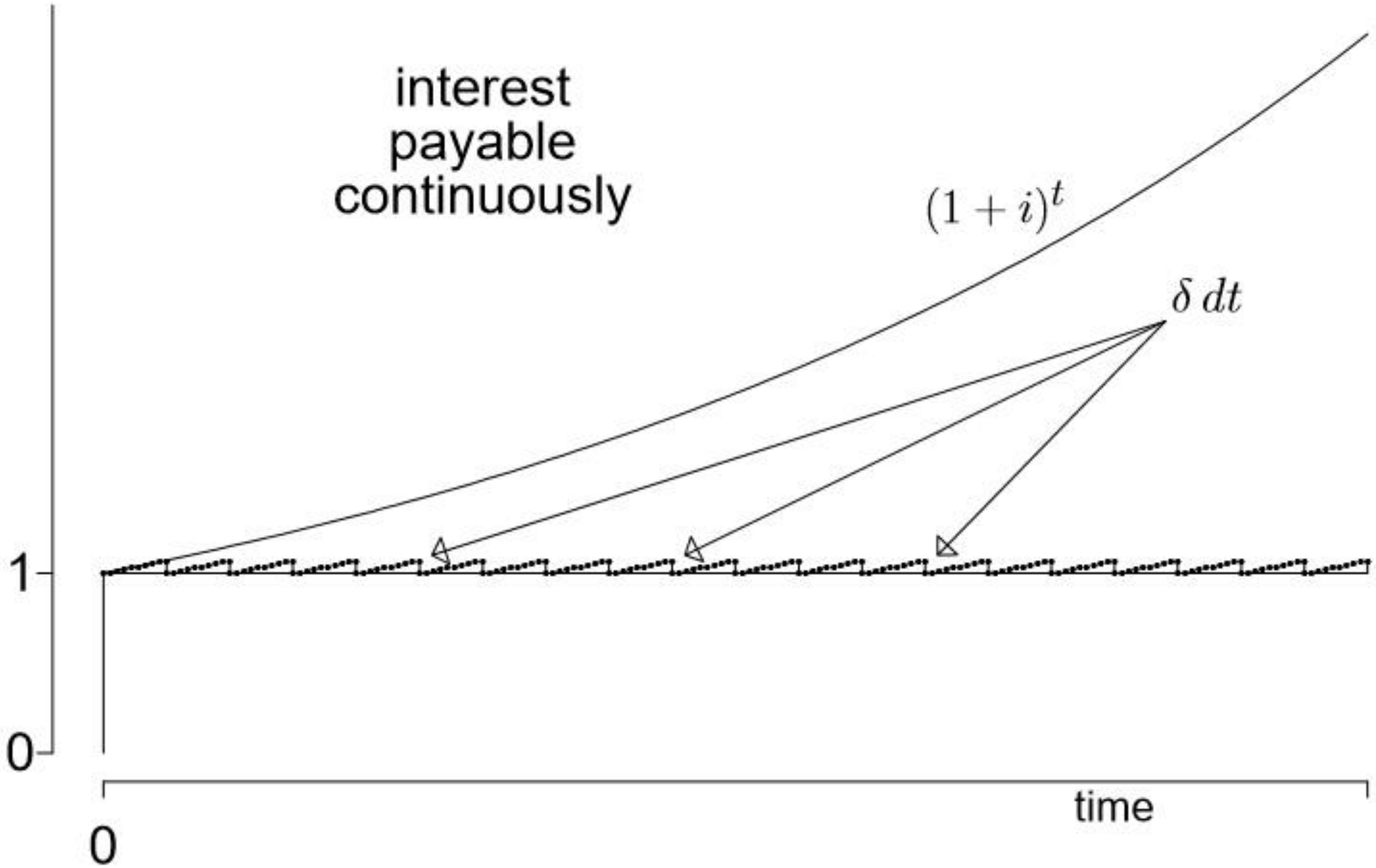
แรงของดอกเบี้ย

- แรงของดอกเบี้ยของกองทุน f(t)
  - $\delta_t = \dfrac{f'(t)}{f(t)} = \dfrac{\frac{df(t)}{dt}}{f(t)} = \dfrac{\frac{df(t)}{f(t)}}{dt}$
    - df/f สะท้อนอัตราการเปลี่ยนแปลงของ f ในช่วงระยะเวลาสั้นๆ (t, t+dt)
    - df/dt สะท้อนถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของ f ต่อหนึ่งหน่วยการเปลี่ยนแปลงของ t
    - แรงของดอกเบี้ยจะเป็นค่าคงที่ (ไม่ขึ้นกับเวลา) ถ้าเป็นกองทุนแบบ smoothly growing fund

แรงของดอกเบี้ย

- แรงของดอกเบี้ยของกองทุน smoothly growing fund
  - $$\frac{\frac{df(t)}{dt}}{f(t)} = \frac{\frac{d\left(e^{\delta t}\right)}{d(t)}}{e^{\delta t}} = \delta\frac{e^{\delta t}}{e^{\delta t}} = \delta$$
  - แปรผันตามช่วงเวลาที่พิจารณา
    - สมมติว่าแรงของดอกเบี้ยต่อปีของกองทุนแบบ smoothly growing fund กองหนึ่งเท่ากับ δ
      - แรงของดอกเบี้ยต่อ 2 ปี = 2δ
      - แรงของดอกเบี้ยต่อ 6 เดือน = δ/2

ดอกเบี้ยทบต้นต่อเนื่อง

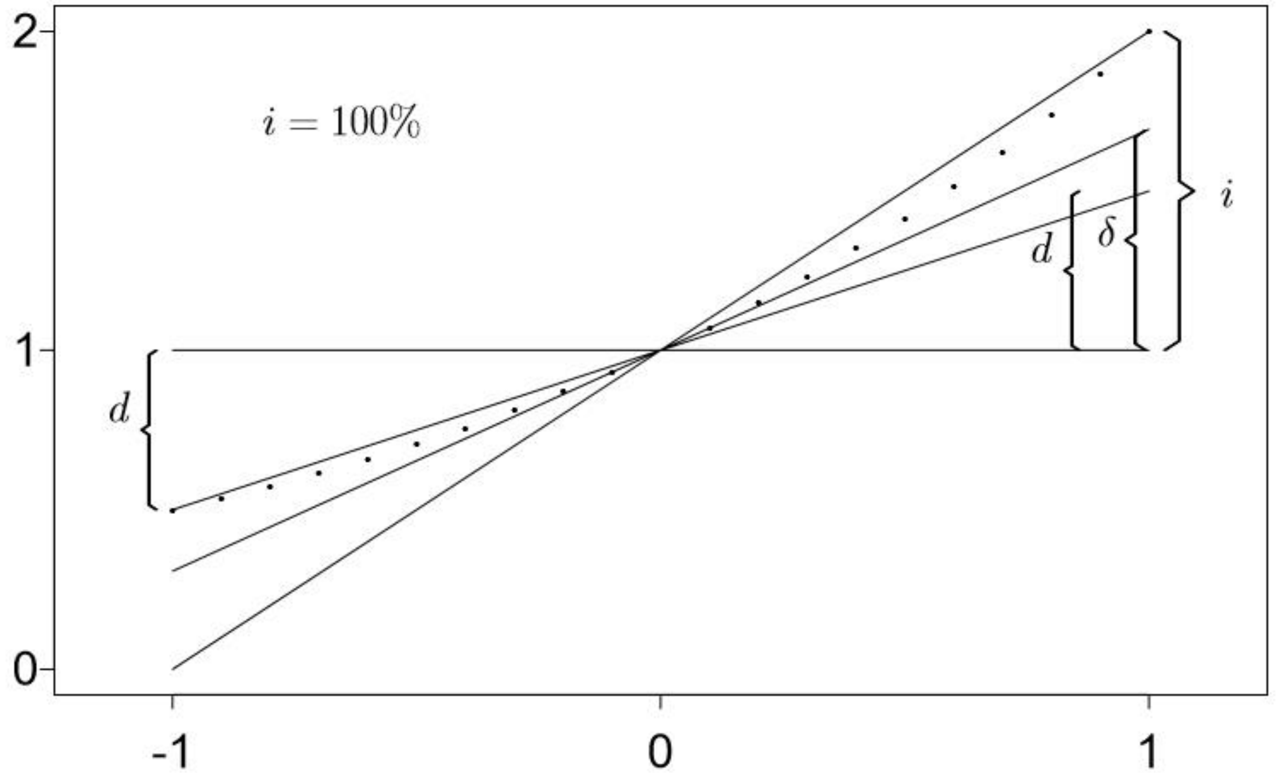


ดอกเบี้ยทบต้นต่อเนื่อง

- ข้อสังเกต
  - เส้นปรุเข้มแสดงการโตของเงินในบัญชี ถ้าดอกเบี้ยถูกจ่ายแบบต่อเนื่อง และผู้ฝากถอนดอกเบี้ย (ขนาดเล็กมาก) ออกมาใช้ทันทีที่ดอกเบี้ยถูกจ่าย
  - เส้นทึบจางแสดงการโตของเงินในบัญชี ถ้าดอกเบี้ยถูกจ่ายแบบต่อเนื่อง และผู้ฝากไม่ถอนดอกเบี้ยออกมาใช้
  - สำหรับกองทุนแบบ smoothly growing fund ที่เริ่มจากเงินจำนวน $1 ดอกเบี้ยทั้งหมดที่ผู้ฝากเงินในกองทุนจะได้รับใน 1 ปี (ถ้าดอกเบี้ยถูกจ่ายแบบต่อเนื่องและถูกถอนออกมาทุกครั้ง) จะเท่ากับ “แรงของดอกเบี้ย” หรือ δ

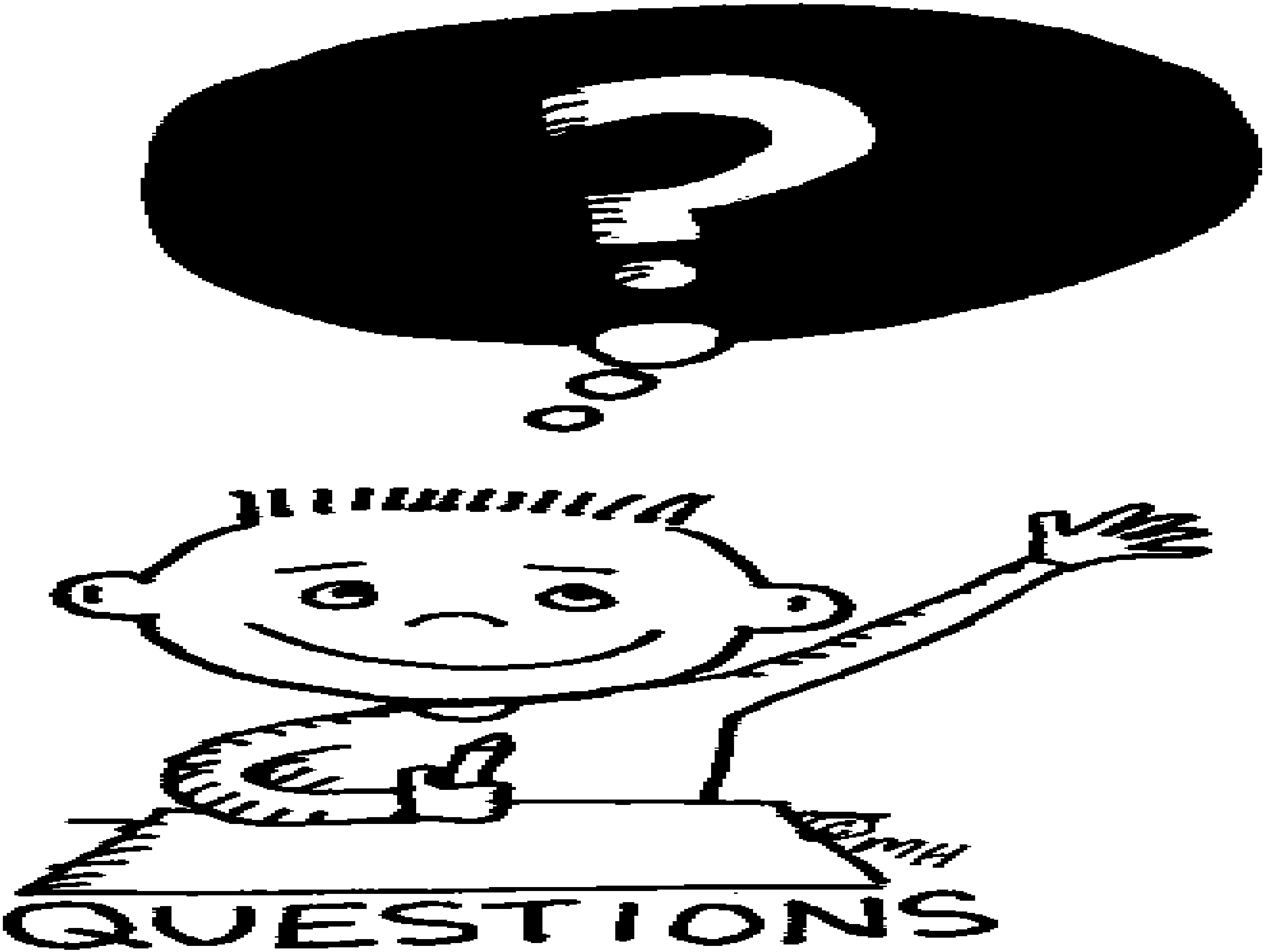
เปรียบเทียบขนาดของ i δ และ d

- เมื่อ i = 100% เส้นโค้งปรุคือ 2^t



เปรียบเทียบขนาดของ i δ และ d

- เมื่อ i = 100%
  - d = i/(1+i) = 0.5 หรือ 50%
  - δ = ln(1+i) = 0.69 หรือ 69%
  - i - δ = 0.31 และ δ - d = 0.19
- เมื่อ i = 10%
  - d = i/(1+i) = 9.1%
  - δ = ln(1+i) = 9.5%
  - i - δ = 0.05 และ δ - d = 0.04
- ดังนั้น i - δ ≈ δ - d สำหรับดอกเบี้ยขนาดเล็ก


QUESTIONS

- Email:
  - fbusnwk@ku.ac.th
- Homepage:
  - http://fin.bus.ku.ac.th/nattawoot.htm
- Phone:
  - 02-9428777 Ext. 1218
- Mobile:
  - 087- 5393525
- Office:
  - ชั้น 9 ตึกใหม่คณะบริหารธุรกิจ ม.เกษตรศาสตร์ บางเขน